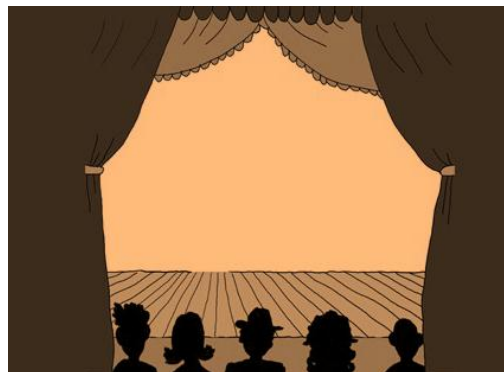


## SUB14 - Problema 1

### Natal na Sociedade Recreativa



No Salão da Sociedade Recreativa foi organizado um espetáculo de Natal. Depois de terminada a festa, os jovens voluntários tiveram a tarefa de arrumar as cadeiras da plateia.

Quando as empilharam em pilhas de 11, sobrou 1 cadeira.

Quando as empilharam em pilhas de 12, sobraram 6 cadeiras.

Quando as empilharam em pilhas de 13, sobraram 12 cadeiras.

O número de cadeiras era superior a 800 mas não chegava a 1000.

Quantas cadeiras havia para arrumar no final do espetáculo?

*O Sub14 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de retificar pormenores de linguagem ou de correção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.*

Catarina Macedo,

EB 2,3 de Santiago Maior, Beja

$$D=d \times q+r$$

|              |              |               |
|--------------|--------------|---------------|
| 11×73+1=804  | 12×67+6=810  | 13×61+12=805  |
| 11×74+1=815  | 12×68+6=822  | 13×62+12=818  |
| 11×75+1=826  | 12×69+6=834  | 13×63+12=831  |
| 11×76+1=837  | 12×70+6=846  | 13×64+12=844  |
| 11×77+1=848  | 12×71+6=858  | 13×65+12=857  |
| 11×78+1=859  | 12×72+6=870  | 13×66+12=870  |
| 11×79+1=870  | 12×73+6=882  | 13×67+12=883  |
| 11×80+1=881  | 12×74+6=894  | 13×68+12=896  |
| 11×81+1=892  | 12×75+6=906  | 13×69+12=909  |
| 11×82+1=903  | 12×76+6=918  | 13×70+12=922  |
| 11×83+1=914  | 12×77+6=930  | 13×71+12=935  |
| 11×84+1=925  | 12×78+6=942  | 13×72+12=948  |
| 11×85+1=936  | 12×79+6=954  | 13×73+12=961  |
| 11×86+1=947  | 12×80+6=966  | 13×74+12=974  |
| 11×87+1=958  | 12×81+6=978  | 13×75+12=987  |
| 11×88+1=969  | 12×82+6=990  | 13×76+12=1000 |
| 11×89+1=980  | 12×83+6=1002 |               |
| 11×90+1=991  |              |               |
| 11×91+1=1002 |              |               |

R: Havia 870 cadeiras para arrumar no final do espetáculo.

Apliquei a regra que diz que o **dividendo é igual ao divisor vezes o quociente mais o resto** ( $D=d \times q+r$ ) para descobrir o número de cadeiras, visto que o divisor é o número de cadeiras que fica em cada pilha (11,12 e 13), o quociente é o número de pilhas e o resto é o número de cadeiras que sobra depois de serem empilhadas. O resultado tem que dar o dividendo que é o número de cadeiras que há para arrumar no final do espetáculo. Restringi o número de cadeiras de 800 a 1000 como diz o enunciado do problema, e no final verifiquei que só há uma hipótese para o número de cadeiras, 870.

*Maria Sofia Canas,*

*Agrupamento de Escolas do Bonfim, Portalegre*



Para resolver este problema comecei por fazer a tabela abaixo representada, onde calculei os múltiplos de 11, 12 e 13, a partir de 800. Nessa tabela também calculei a soma desses múltiplos com 1, 6 e 12 respetivamente.

| Múltiplo de 11 | Múltiplo de 11 mais 1 | Múltiplos de 12 | Múltiplos de 12 mais 6 | Múltiplos de 13 | Múltiplos de 13 mais 12 |
|----------------|-----------------------|-----------------|------------------------|-----------------|-------------------------|
| ...            | ...                   | ...             | ...                    | ...             | ...                     |
| 803            | 804                   | 804             | 810                    | 806             | 818                     |
| 814            | 815                   | 816             | 822                    | 819             | 831                     |
| 825            | 826                   | 828             | 834                    | 832             | 844                     |
| 836            | 837                   | 840             | 846                    | 845             | 857                     |
| 847            | 848                   | 852             | 858                    | 858             | 870                     |
| 858            | 859                   | 864             | 870                    |                 |                         |
| 869            | 870                   |                 |                        |                 |                         |

Após preencher a tabela, percebi que o número 870 é um múltiplo de onze somado de um; é um múltiplo de doze somado de seis e é um múltiplo de treze somado de doze. Com isso concluí que existiam 870 cadeiras para arrumar no final do espetáculo de Natal no salão da Sociedade Recreativa.

Miguel Correia

EB 2,3 João de Deus, Silves

### Cadeiras postas em pilhas de 11

|                                 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nº de cadeiras postas em pilhas | 803 | 814 | 825 | 836 | 847 | 858 | 869 | 880 | 891 |
| Nº de cadeiras que sobraram     | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
| Nº Total de cadeiras            | 804 | 815 | 826 | 837 | 848 | 859 | 870 | 881 | 892 |

|                                 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nº de cadeiras postas em pilhas | 902 | 913 | 924 | 935 | 946 | 957 | 968 | 979 | 990 |
| Nº de cadeiras que sobraram     | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   | 1   |
| Nº Total de cadeiras            | 903 | 914 | 925 | 936 | 947 | 958 | 969 | 980 | 991 |

### Cadeiras postas em pilhas de 12

|                                 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nº de cadeiras postas em pilhas | 804 | 816 | 828 | 840 | 852 | 864 | 876 | 888 | 900 |
| Nº de cadeiras que sobraram     | 6   | 6   | 6   | 6   | 6   | 6   | 6   | 6   | 6   |
| Nº Total de cadeiras            | 810 | 822 | 834 | 846 | 858 | 870 | 882 | 894 | 906 |

|                                 |     |     |     |     |     |     |     |      |  |
|---------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|------|--|
| Nº de cadeiras postas em pilhas | 912 | 924 | 936 | 948 | 960 | 978 | 984 | 996  |  |
| Nº de cadeiras que sobraram     | 6   | 6   | 6   | 6   | 6   | 6   | 6   | 6    |  |
| Nº Total de cadeiras            | 918 | 930 | 942 | 954 | 966 | 984 | 990 | 1002 |  |

### Cadeiras postas em pilhas de 13

|                                 |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nº de cadeiras postas em pilhas | 806 | 819 | 832 | 845 | 858 | 871 | 884 | 897 | 910 |
| Nº de cadeiras que sobraram     | 12  | 12  | 12  | 12  | 12  | 12  | 12  | 12  | 12  |
| Nº Total de cadeiras            | 818 | 831 | 844 | 857 | 870 | 883 | 896 | 909 | 922 |

|                                 |     |     |     |     |     |      |  |  |  |
|---------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|------|--|--|--|
| Nº de cadeiras postas em pilhas | 923 | 936 | 949 | 962 | 975 | 988  |  |  |  |
| Nº de cadeiras que sobraram     | 12  | 12  | 12  | 12  | 12  | 12   |  |  |  |
| Nº Total de cadeiras            | 935 | 948 | 961 | 974 | 987 | 1000 |  |  |  |

O único número em comum do total de cadeiras postas em pilhas de 11, 12 e 13 nas hipóteses atrás referidas é 870.

R: No final do espetáculo havia 870 cadeiras para arrumar.

*João Bom,*

*EB 2,3 Dr. João Lúcio, Olhão*

| M11                                                             | M12 | M13 |  | M11+1 | M12+6 | M13+12 |
|-----------------------------------------------------------------|-----|-----|--|-------|-------|--------|
| 803                                                             | 804 | 806 |  | 804   | 810   | 818    |
| 814                                                             | 816 | 819 |  | 815   | 822   | 831    |
| 825                                                             | 828 | 832 |  | 826   | 834   | 844    |
| 836                                                             | 840 | 845 |  | 837   | 846   | 857    |
| 847                                                             | 852 | 858 |  | 848   | 858   | 870    |
| 858                                                             | 864 | 871 |  | 859   | 870   | 883    |
| 869                                                             | 876 | 884 |  | 870   | 882   | 896    |
| 880                                                             | 888 | 897 |  | 881   | 894   | 909    |
| 891                                                             | 900 | 910 |  | 892   | 906   | 922    |
| 902                                                             | 912 | 923 |  | 903   | 918   | 935    |
| 913                                                             | 924 | 936 |  | 914   | 930   | 948    |
| 924                                                             | 936 | 949 |  | 925   | 942   | 961    |
| 935                                                             | 948 | 962 |  | 936   | 954   | 974    |
| 946                                                             | 960 | 975 |  | 947   | 966   | 987    |
| 957                                                             | 972 | 988 |  | 958   | 978   |        |
| 968                                                             | 984 |     |  | 969   | 990   |        |
| 979                                                             | 996 |     |  | 980   |       |        |
| 990                                                             |     |     |  | 991   |       |        |
|                                                                 |     |     |  |       |       |        |
|                                                                 |     |     |  |       |       |        |
| Resposta: No fim do espetáculo havia para arrumar 870 cadeiras. |     |     |  |       |       |        |

**Com o Excel**

Miguel Cameselle Madeira,

## Agrupamento Vertical de Escolas D. José I, Vila Real de S. António

Para descobrir o número de cadeiras que havia para arrumar no fim do espetáculo, irei usar o Excel. Vou saber o resto da divisão de cadeiras em grupos de 11, 12 e 13 (cadeiras que sobraram). O único número que dá resto 1 a dividir por 11, resto 6 a dividir por 12 e resto 12 a dividir por 13 é o 870.

| Dividend | Divisores | Resto |
|----------|-----------|-------|
| 801      | 11        | 9     |
| 802      | 11        | 10    |
| 805      | 11        | 2     |
| 806      | 11        | 3     |
| 807      | 11        | 4     |
| 808      | 11        | 5     |
| 809      | 11        | 6     |
| 810      | 11        | 7     |
| 811      | 11        | 8     |
| 812      | 11        | 9     |
| 813      | 11        | 10    |
| 815      | 11        | 1     |
| 816      | 11        | 2     |
| 817      | 11        | 3     |
| 818      | 11        | 4     |
| 820      | 11        | 6     |
| 821      | 11        | 7     |
| 822      | 11        | 8     |
| 823      | 11        | 9     |
| 824      | 11        | 10    |
| 826      | 11        | 1     |
| 827      | 11        | 2     |
| 829      | 11        | 4     |
| 830      | 11        | 5     |
| 831      | 11        | 6     |
| ...      | ...       | ...   |
| 857      | 11        | 10    |
| 859      | 11        | 1     |
| 860      | 11        | 2     |
| 861      | 11        | 3     |
| 862      | 11        | 4     |
| 863      | 11        | 5     |
| 865      | 11        | 7     |
| 866      | 11        | 8     |
| 867      | 11        | 9     |
| 868      | 11        | 10    |
| 870      | 11        | 1     |
| 872      | 11        | 3     |
| 873      | 11        | 4     |
| 874      | 11        | 5     |

| Dividend | Divisores | Resto |
|----------|-----------|-------|
| 801      | 12        | 9     |
| 802      | 12        | 10    |
| 805      | 12        | 1     |
| 806      | 12        | 2     |
| 807      | 12        | 3     |
| 808      | 12        | 4     |
| 809      | 12        | 5     |
| 810      | 12        | 6     |
| 811      | 12        | 7     |
| 812      | 12        | 8     |
| 813      | 12        | 9     |
| 815      | 12        | 11    |
| 816      | 12        | 0     |
| 817      | 12        | 1     |
| 818      | 12        | 2     |
| 820      | 12        | 4     |
| 821      | 12        | 5     |
| 822      | 12        | 6     |
| 823      | 12        | 7     |
| 824      | 12        | 8     |
| 826      | 12        | 10    |
| 827      | 12        | 11    |
| 829      | 12        | 1     |
| 830      | 12        | 2     |
| 831      | 12        | 3     |
| 833      | 12        | 5     |
| ...      | ...       | ...   |
| 859      | 12        | 7     |
| 860      | 12        | 8     |
| 861      | 12        | 9     |
| 862      | 12        | 10    |
| 863      | 12        | 11    |
| 865      | 12        | 1     |
| 866      | 12        | 2     |
| 867      | 12        | 3     |
| 868      | 12        | 4     |
| 870      | 12        | 6     |
| 872      | 12        | 8     |
| 873      | 12        | 9     |
| 874      | 12        | 10    |

| Dividend | Divisores | Resto |
|----------|-----------|-------|
| 801      | 13        | 8     |
| 802      | 13        | 9     |
| 805      | 13        | 12    |
| 806      | 13        | 0     |
| 807      | 13        | 1     |
| 808      | 13        | 2     |
| 809      | 13        | 3     |
| 810      | 13        | 4     |
| 811      | 13        | 5     |
| 812      | 13        | 6     |
| 813      | 13        | 7     |
| 815      | 13        | 9     |
| 816      | 13        | 10    |
| 817      | 13        | 11    |
| 818      | 13        | 12    |
| 820      | 13        | 1     |
| 821      | 13        | 2     |
| 822      | 13        | 3     |
| 823      | 13        | 4     |
| 824      | 13        | 5     |
| 826      | 13        | 7     |
| 827      | 13        | 8     |
| 829      | 13        | 10    |
| 830      | 13        | 11    |
| 831      | 13        | 12    |
| 833      | 13        | 1     |
| ...      | ...       | ...   |
| 859      | 13        | 1     |
| 860      | 13        | 2     |
| 861      | 13        | 3     |
| 862      | 13        | 4     |
| 863      | 13        | 5     |
| 865      | 13        | 7     |
| 866      | 13        | 8     |
| 867      | 13        | 9     |
| 868      | 13        | 10    |
| 870      | 13        | 12    |
| 872      | 13        | 1     |
| 873      | 13        | 2     |
| 874      | 13        | 3     |

*Bruno Ramos, Joana Mestre e Pedro Cavaco,*  
*Agrupamento de Escolas de Alcoutim*

| Pilhas de 11 |     |                        |
|--------------|-----|------------------------|
| 11           | 804 | Nº mínimo de cadeiras. |
| 11           | 815 |                        |
| 11           | 826 |                        |
| 11           | 837 |                        |
| 11           | 848 |                        |
| 11           | 859 |                        |
| 11           | 870 |                        |
| 11           | 881 |                        |
| 11           | 892 |                        |
| ...          | ... |                        |
| 11           | 991 | Nº máximo de cadeiras. |

| Pilhas de 12 |     |                        |
|--------------|-----|------------------------|
| 12           | 804 | Nº mínimo de cadeiras. |
| 12           | 822 |                        |
| 12           | 834 |                        |
| 12           | 846 |                        |
| 12           | 858 |                        |
| 12           | 870 |                        |
| 12           | 882 |                        |
| 12           | 894 |                        |
| ...          | ... |                        |
| ...          | ... |                        |
| 12           | 990 | Nº máximo de cadeiras. |

| Pilhas de 13 |     |                        |
|--------------|-----|------------------------|
| 13           | 805 | Nº mínimo de cadeiras. |
| 13           | 818 |                        |
| 13           | 831 |                        |
| 13           | 844 |                        |
| 13           | 857 |                        |
| 13           | 870 |                        |
| 13           | 883 |                        |
| 13           | 896 |                        |
| ...          | ... |                        |
| ...          | ... |                        |
| 13           | 987 | Nº máximo de cadeiras. |

R.: No final do espetáculo, havia para arrumar 870 cadeiras.

*Martim Reis, Pedro Alves e António Sousa,*  
*Colégio Internacional de Vilamoura, Loulé*

Se sobra 1 quando empilhamos em pilhas de 11, temos de fazer os múltiplos de 11 mais 1, mas apenas temos de ver os compreendidos entre 800 e 1000.

|     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 804 | 815 | 826 | 837 | 848 | 859 | 870 | 881 | 892 |
| 903 | 914 | 925 | 936 | 947 | 958 | 969 | 980 | 991 |

Depois, temos de fazer o mesmo com os múltiplos de 12, mas adicionamos 6.

|     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 810 | 822 | 834 | 846 | 858 | 870 | 882 | 894 |
| 906 | 918 | 930 | 942 | 954 | 986 | 978 | 990 |

A seguir, fazemos o mesmo processo com os múltiplos de 13, e adicionamos 12.

|     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 805 | 818 | 831 | 844 | 857 | 870 | 883 | 896 |
| 909 | 922 | 935 | 948 | 961 | 974 | 987 |     |

Por fim, comparamos as tabelas e vemos qual é o número que aparece em todas as tabelas. Neste caso, é o 870.

R: Havia 870 cadeiras para arrumar.



*Aliana Vairinhos, Mónica Berfela e Victoria Jalba,*

*EB 2,3 Dr. António Sousa Agostinho, Almancil*

M11 (maior que 800, menor que 1000)

{ 803,814,825,836,847,869,880,891,902,913,924,935,946,957,  
968,979,990 }

M12 (maior que 800, menor que 1000)

{ 804,828,840,852,864,876,888,900,912,924,936,948,960,972,  
984,996 }

M13 (maior que 800,menor que 1000)

{ 806,819,832,845,858,871,884,897,910,923,936,949,962,975,  
988 }

$$869+1=870$$

$$864+6=870$$

$$858+12=870$$

R: No final do espetáculo havia 870 cadeiras para arrumar.

*Rui Vieira, Francisco Cartaxo e Miguel Varela,*

*EB 2,3 André de Resende, Évora*

Resposta: 870 cadeiras.

Primeiro vamos explicar como fizemos para provar que eram 870 cadeiras.

$870-1=869$  e  $869:11=79$  (se fosse  $870:11$  não dava conta certa) portanto, se dividirmos 870 cadeiras em grupos de 11, sobra 1. Agora  $870-6=864$  e  $864:12=72$  (se fosse  $870:12$  não dava conta certa) portanto, se dividirmos 870 cadeiras por grupos de 12, sobram 6. Por fim  $870-12=858$  e  $858:13=66$  (se fosse  $870:13$  não dava conta certa) portanto, se dividirmos 870 cadeiras por grupos de 13 sobram 12. Está então provado que eram 870 cadeiras.

Para chegarmos a 870 fomos por tentativas. Verificámos qual era o número que multiplicado por 11 dava um valor mais perto de 800. Era o 73. Por isso fomos multiplicando por 11 os números acima de 73. Subtraímos 1 e dividíamos por 11. Se não desse conta certa, multiplicávamos 11 pelo número acima. Quando deu conta certa, voltámos ao número de origem, (o 870) subtraímos 6 e dividimos por 12. Deu conta certa e fizemos o mesmo com o 13. Como deu certo usámos o método acima para provar que era mesmo 870.

É esta a nossa resposta. Obrigado.

*Inês Martins e Daniela Silva,*

*EB 2,3 João de Deus, Silves*

**1º : Temos que multiplicar o número 11 pelo o número mais pequeno em que dê mais de oitocentos e não menos de oitocentos:**

**(...)**

$$11 \times 73 = 803$$

**2º: Depois temos de somar um porque tinha sobrado 1 de pilhas de onze.**

$$803 + 1 = 804$$

**3º: Agora multiplicamos mais alguns números, mas os outros números que temos de multiplicar por 11, têm de ser os números a seguir de 73 neste caso, pois foi o número mais pequeno multiplicado por onze que dê-se mais de oitocentos e não menos de oitocentos.**

$$11 \times 74 = 814 \quad 814 + 1 = 815$$

$$11 \times 75 = 825 \quad 825 + 1 = 826$$

$$11 \times 76 = 836 \quad 836 + 1 = 837$$

$$11 \times 77 = 847 \quad 847 + 1 = 848$$

$$11 \times 78 = 858 \quad 858 + 1 = 859$$

$$11 \times 79 = 869 \quad 869 + 1 = 870$$

**4º Fazemos o mesmo para o número 12 e para o número 13.**

$$12 \times 67 = 804 \quad 804 + 6 = 810 \quad 13 \times 62 = 806 \quad 806 + 12 = 818$$

$$12 \times 68 = 816 \quad 816 + 6 = 822 \quad 13 \times 63 = 819 \quad 819 + 12 = 831$$

$$12 \times 69 = 828 \quad 828 + 6 = 834 \quad 13 \times 64 = 832 \quad 832 + 12 = 844$$

$$12 \times 70 = 840 \quad 840 + 6 = 846 \quad 13 \times 65 = 845 \quad 845 + 12 = 857$$

$$12 \times 71 = 852 \quad 852 + 6 = 858 \quad 13 \times 66 = 858 \quad 858 + 12 = 870$$

$$12 \times 72 = 864 \quad 864 + 6 = 870$$

*Podemos observar que todos têm o 870 em comum.*

João Francisco Ramalho,  
EB N° 1 de Reguengos de Monsaraz

Transformei o problema nas seguintes equações:

$$y=11x+1$$

$$y=12a+6$$

$$y=13b+12$$

(NOTA: o valor de y é a resposta deste problema e há várias incógnitas pois a, b e x não são iguais)

Para descobrir o valor de y experimentei várias hipóteses para x, a ou b em cada equação (o resultado final tem de situar entre 800 e 1000):

Ex:

Para 73 dá  $11 \times 73 + 1 = \underline{804}$

Para 74 dá  $11 \times 74 + 1 = \underline{815}$

...

Para 67 dá  $12 \times 67 + 6 = \underline{810}$

Para 68 dá  $12 \times 68 + 6 = \underline{822}$

...

Para 61 dá  $13 \times 61 + 12 = \underline{805}$

Para 62 dá  $13 \times 62 + 12 = \underline{818}$

...

Procurei um resultado que fosse igual em todas as equações já que  $y=11x+1=12a+6=13b+12$ . Achei o seguinte número:

$$11 \times 79 + 1 = 870$$

$$12 \times 72 + 6 = 870$$

$$13 \times 66 + 12 = 870$$

$$x = 79$$

$$a = 72$$

$$b = 66$$

$$y = 870$$

Resposta: Havia 870 cadeiras para arrumar no final espetáculo.